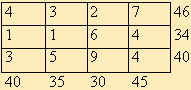
РГПУ им. А.И. Герцена

Тема «Открытые модели ТЗ и усложнения в ее постановке»

Храмов С.А., 2ИВТ, 1 группа, 2 подгруппа

Задача 1

  
1. Полностью удовлетворить В2.  
2. Заблокировать клетку А1В4.

Решение:

Вводим фиктивного поставщика А4 с запасами a4 = 30 и нулевыми тарифами, сразу удовлетворим и исключим B2, у A2 отнимем 19 из запасов, у A1 отнимем 16 из запасов:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | ai |
| A1 |  | 4 | 16 | 3 |  | 2 |  | 7 | 46 |
| A2 |  | 1 | 19 | 1 |  | 6 |  | 4 | 34 |
| A3 |  | 3 |  | 5 |  | 9 |  | 4 | 40 |
| A4 |  | 0 |  | 0 |  | 0 |  | 0 | 30 |
| bj | 40 | | 35 | | 30 | | 45 | |  |

Построение опорного плана осуществим методом двойного предпочтения, заблокировав ячейку А1В4:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B3 | | B4 | | ai |
| A1 |  | 4 | V=30 | 2 |  | 30 | 30 |
| A2 | VV=15 | 1 | VV=0 | 1 |  | 4 | 15 |
| A3 | V=25 | 3 |  | 9 | V=15 | 4 | 40 |
| A4 |  | 0 |  | 0 | 30 | 0 | 30 |
| bj | 40 | | 30 | | 45 | |  |

Число занятых клеток n + m - 1: 3 + 4 - 1 = 6 > 5, , т.е. получен вырожденный план. Следовательно, заполняем числом «0» пустую клетку А2В3 , т.к. она имеет минимальный тариф (С23 = 1), и не образует с занятыми клетками замкнутого прямоугольного контура.

Составляем систему уравнений потенциалов (полагая u1 = 0):  
u1+v3=2 v3=2  
u2+v1=1 v1=2  
u2+v3=1 u2=-1  
u3+v1=3 u3=1  
u3+v4=4 v4=3  
u4+v4=0 u4=-3

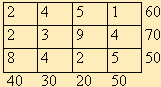
Проверив свободные клетки, убеждаемся, что по теореме 5 план оптимален, следовательно, Z=Zmin.

Ответ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | ai |
| A1 |  | 4 | 16 | 3 | 30 | 2 |  | 7 | 46 |
| A2 | 15 | 1 | 19 | 1 |  | 6 |  | 4 | 34 |
| A3 | 25 | 3 |  | 5 |  | 9 | 15 | 4 | 40 |
| bj | 40 | | 35 | | 30 | | 15 | |  |

При этом, потребитель B4 не получит 30 единиц товара.

Задача 2

  
1. Из А3 в В4 доставить 20 ед. груза.   
2. Вывезти полностью груз из А3.

Решение:

Вводим фиктивного потребителя B5 с потребности b5 = 40 и нулевыми тарифами, сразу удовлетворим и исключим A3, вместе с ним B3, у B4 отнимем 30 из потребности, у B2 – 10:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 |  | 2 |  | 4 |  | 5 |  | 1 |  | 0 | 60 |
| A2 |  | 2 |  | 3 |  | 9 |  | 4 |  | 0 | 70 |
| A3 |  | 8 | 10 | 4 | 20 | 2 | 20 | 5 |  | 0 | 50 |
| bj | 40 | | 30 | | 20 | | 50 | | 40 | |  |

Введем построение опорного плана методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B4 | | B5 | | ai |
| A1 | VV=30 | 2 |  | 4 | VV=30 | 1 |  | 0 | 60 |
| A2 | V=10 | 2 | V=20 | 3 |  | 4 | 40 | 0 | 70 |
| bj | 40 | | 20 | | 30 | | 40 | |  |

Число занятых клеток n + m - 1: 4 + 2 - 1 = 5 = 5, т.е. получен невырожденный план.

Составляем систему уравнений потенциалов (полагая u1 = 0):  
u1+v1=2 v1=2  
u1+v4=1 v4=1  
u2+v1=2 u2=0  
u2+v2=3 v2=3  
u2+v5=0 v5=0

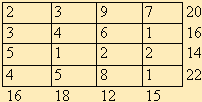
Проверив свободные клетки, убеждаемся, что по теореме 5 план оптимален, следовательно, Z=Zmin.  
Данный оптимальный план не является единственным, так как для клетки А1В5 сумма потенциалов равна стоимости перевозки u1 + v5 = с15.

Ответ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | ai |
| A1 | 30 | 2 |  | 4 |  | 5 | 30 | 1 | 60 |
| A2 | 10 | 2 | 20 | 3 |  | 9 |  | 4 | 70 |
| A3 |  | 8 | 10 | 4 | 20 | 2 | 20 | 5 | 50 |
| bj | 40 | | 20 | | 20 | | 50 | |  |

При этом, поставщик A2 не доставит 40 единиц товара.

Задача 3

  
1. Из А2 в В4 доставить не более 10 ед. груза.

Решение:

Вводим фиктивного потребителя B5 с потребности b5 = 11 и нулевыми тарифами и потребителя B\*4 для выполнения условия по доставке не более 10 ед груза. Введем построение опорного плана методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B\*4 | | B5 | | ai |
| A1 | VV=16 | 2 | V=4 | 3 |  | 9 |  | 7 |  | 7 |  | 0 | 20 |
| A2 |  | 3 | 12 | 4 |  | 6 | VV=4 | 1 |  | 30 |  | 0 | 16 |
| A3 |  | 5 | VV=2 | 1 | V=12 | 2 |  | 2 |  | 2 |  | 0 | 14 |
| A4 |  | 4 |  | 5 |  | 8 | VV=6 | 1 | VV=5 | 1 | 11 | 0 | 22 |
| bj | 16 | | 18 | | 12 | | 10 | | 5 | | 11 | |  |

Число занятых клеток меньше, чем n + m - 1: 6 + 4 - 1 = 9 = 9, т.е. получен невырожденный план.

Составляем систему уравнений потенциалов (полагая u1 = 0):  
u1+v1=2 v1=2  
u1+v2=3 v2=3  
u2+v2=4 u2=1  
u2+v4=1 v4=0  
u3+v2=1 u3=-2  
u3+v3=2 v3=4  
u4+v4=1 u4=1  
u4+v\*4=1 v\*4=0  
u4+v5=0 v5=-1

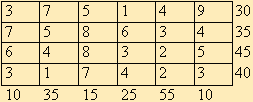
Проверив свободные клетки, убеждаемся, что по теореме 5 план оптимален, следовательно, Z=Zmin.  
Данный оптимальный план не является единственным, так как для клеток А2В1 и А2В5 сумма потенциалов равна стоимости перевозки u2 + v1 = с21 и u2 + v5 = с25 соответственно.

Ответ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | ai | |
| A1 | 16 | 2 | 4 | 3 |  | 9 |  | 7 | 20 | |
| A2 |  | 3 | 12 | 4 |  | 6 | 4 | 1 | 16 | |
| A3 |  | 5 | 2 | 1 | 12 | 2 |  | 2 | 14 | |
| A4 |  | 4 |  | 5 |  | 8 | 11 | 1 | 22 | |
| bj | 16 | | 18 | | 12 | | 15 | |  |

При этом, поставщик A4 не доставит 11 единиц товара.

Задача 4

  
1. Из А2 в В5 доставить не менее 30 ед.

Решение:

Запомним, что в ячейке A2B5 есть как минимум 30 ед. товара и вычтем это значение из запасов и потребностей. Введем построение опорного плана методом двойного предпочтения:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | B6 | | ai |
| A1 | V=5 | 3 |  | 7 | V=15 | 5 | VV=10 | 1 |  | 4 |  | 9 | 30 |
| A2 |  | 7 |  | 5 |  | 8 |  | 6 | V | 3 | 5 | 4 | 5 |
| A3 |  | 6 |  | 4 |  | 8 | V=15 | 3 | VV=25 | 2 | 5 | 5 | 45 |
| A4 | V=5 | 3 | V=35 | 1 |  | 7 |  | 4 | V | 2 | V | 3 | 40 |
| bj | 10 | | 35 | | 15 | | 25 | | 25 | | 10 | | 150 |

Число занятых клеток меньше, чем n + m - 1: 6 + 4 - 1 = 9 = 9, т.е. получен невырожденный план.

Составляем систему уравнений потенциалов (полагая u1 = 0):  
u1+v1=3 v1=3  
u1+v3=5 v3=5  
u1+v4=1 v4=1  
u2+v6=4 u2=1  
u3+v4=3 u3=2  
u3+v5=2 v5=0  
u3+v6=5 v6=3  
u4+v1=3 u4=0  
u4+v2=1 v2=1

Проверив свободные клетки, убеждаемся, что по теореме 5 план оптимален, следовательно, Z=Zmin.  
Данный оптимальный план не является единственным, так как для клеток А4В6 сумма потенциалов равна стоимости перевозки u4 + v6 = с46.

Ответ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai  Bj | B1 | | B2 | | B3 | | B4 | | B5 | | B6 | | ai |
| A1 | 5 | 3 |  | 7 | 15 | 5 | 10 | 1 |  | 4 |  | 9 | 30 |
| A2 |  | 7 |  | 5 |  | 8 |  | 6 | 30 | 3 | 5 | 4 | 35 |
| A3 |  | 6 |  | 4 |  | 8 | 15 | 3 | 25 | 2 | 5 | 5 | 45 |
| A4 | 5 | 3 | 35 | 1 |  | 7 |  | 4 |  | 2 |  | 3 | 40 |
| bj | 10 | | 35 | | 15 | | 25 | | 55 | | 10 | | 150 |